

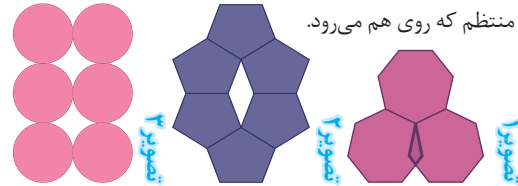


# کاشی‌های جئوجبرایی



## چيست اين سقف بلند استاده بسيار نقش زین معما هیچ دانا در جهان آگاه نیست

وقتی در ایوان مسجد، زیر سقف بلند بسیار نقش آن می‌ایستی، کبوتر روحت به سوی مُقرنَس‌ها پر می‌کشد و آن‌گاه که به کاشی‌کاری‌های خوش‌رنگ لاجوردی نگاه می‌کنی، احساسی سرشار از معنویت و آرامش سراسر وجودت را پر می‌کند؛ گویی هنرمند، آسمان را با همه عظمتش بر دیوارها و سقف‌ها روایت کرده و فضای رازآلود آن را با کاشی‌های فیروزه‌ای بازآفرینی کرده است. ما در این نوشتار از دنیای وسیع هنر و هندسه کاشی‌کاری، فقط می‌خواهیم یک گام ابتدایی و کوچک برداریم و آن اینکه یاد بگیریم چگونه می‌توانیم شکلی بکشیم که قابل کاشی‌کاری باشد، یعنی از کنار هم گذاشتن آن‌ها سطح پوشانده شود، بدون آنکه گوشه‌های خالی بماند یا روی هم برود. مثلاً می‌دانیم مربع یا مستطیل این ویژگی را دارد. یا مثلاً همه شما لانه زنبور را دیده‌اید. شش‌ضلعی‌های منتظم، با عسل‌های خوشمزه! اما شکل‌هایی هم هستند که این قابلیت را ندارند. مانند دایره، یا پنج‌ضلعی منتظم، که فضای خالی ایجاد می‌کنند. یا هفت‌ضلعی منتظم که روی هم می‌رود.



به ایجاد شکل‌هایی که سطح را کاملاً می‌پوشانند و فضای خالی ایجاد نمی‌کنند یا روی هم نمی‌روند، کاشی‌کاری می‌گویند.

### با جئوجبرا

می‌خواهیم بقیه کار را با نرم‌افزار جئوجبرا انجام دهیم:

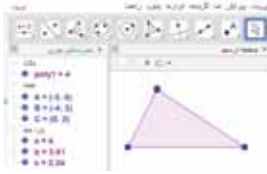


این برنامه را می‌توانید از سایت [Geogebra.org](http://Geogebra.org) به رایگان دریافت

کنید. جئوجبرا نسخه‌های متفاوتی برای ویندوز و اندروید دارد که ظاهرهای متفاوتی دارند. توضیحات ما براساس نسخه ویندوز «Geogebra Classic» است.

## فعالیت اول: آیا همه کاشی‌های مثلثی سطح را می‌پوشانند؟

۱ محوره‌های مختصات و خطوط شبکه را پنهان کنید.  
۲ به منوی گزینه‌ها<sup>۲</sup> بروید.  
نام‌گذاری<sup>۳</sup> را انتخاب کنید و «برای هیچ‌کدام از اشیای جدید»<sup>۴</sup> را بزنید.

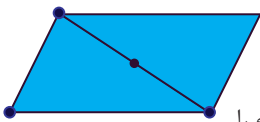


تصویر ۴

۳ ابزار چندضلعی<sup>۵</sup> (ستون پنجم، آی‌کون اول) را انتخاب کنید. روی سه نقطه متفاوت در صفحه ترسیم کلیک کنید و در آخر روی نقطه اول مجدداً کلیک کنید تا مثلث ABC ایجاد شود. (تصویر ۴). مشاهده می‌شود که در پنجره عبارات جبری، در مقابل هر نقطه مختصات آن و همچنین طول پاره‌خط‌ها و مساحت مثلث نوشته شده است.

۴ ابزار نقطه میانی<sup>۶</sup> (ستون دوم، آی‌کون پنجم) را انتخاب کنید و روی پاره‌خط AC (یا روی نقاط A و C) کلیک کنید تا نقطه D وسط پاره‌خط AC ایجاد شود. رنگ این نقطه سیاه خواهد بود.

۵ ابزار دوران<sup>۷</sup> (ستون نهم، آی‌کون چهارم) را انتخاب کنید.



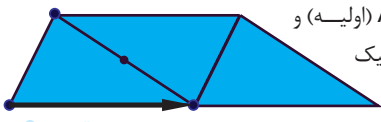
تصویر ۵

آن‌گاه ابتدا روی مثلث و سپس روی نقطه D کلیک کنید. یک پنجره محاوره‌ای برای تعیین زاویه دوران باز می‌شود. زاویه ۱۸۰ درجه را وارد کنید و دکمه «قبول» را بزنید. (تصویر ۵)

به این ترتیب شما مثلث ABC را ۱۸۰ درجه حول D (وسط ضلع AC) دوران داده‌اید و مثلث A'B'C' به وجود آمده است.

۶ ابزار «بردار بین دو نقطه»<sup>۸</sup> (ستون سوم، آی‌کون ششم) را انتخاب کنید و روی نقطه B و سپس C بزنید تا بردار BC ایجاد شود.

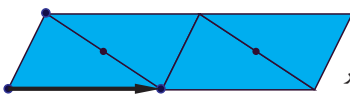
۷ ابزار «انتقال»<sup>۹</sup> (ستون نهم، آی‌کون پنجم) را انتخاب کنید و روی مثلث ABC (اولیه) و سپس روی بردار کلیک کنید تا مثلث A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> ایجاد شود.



تصویر ۶

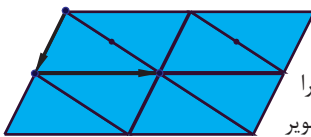
شود. به این ترتیب شما مثلث ABC را با بردار BC انتقال داده‌اید. (تصویر ۶)

۸ مرحله‌های ۴ و ۵ را برای سومین مثلث تکرار کنید تا (تصویر ۷) ایجاد شود.

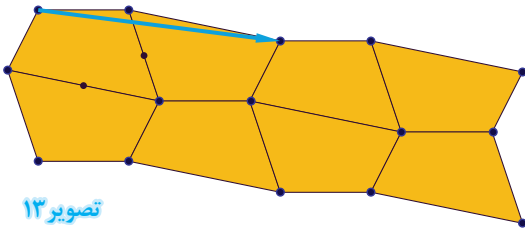


تصویر ۷

۹ مطابق مرحله ۶ بردار AB را نیز ایجاد کنید و مانند مرحله ۷ تمام مثلث‌ها را با بردار AB انتقال دهید تا تصویر ۸ ایجاد شود.

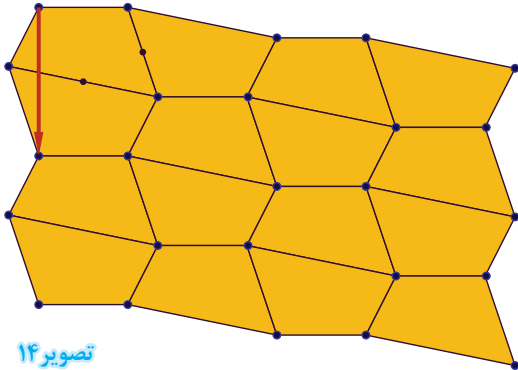


تصویر ۸



تصویر ۱۳

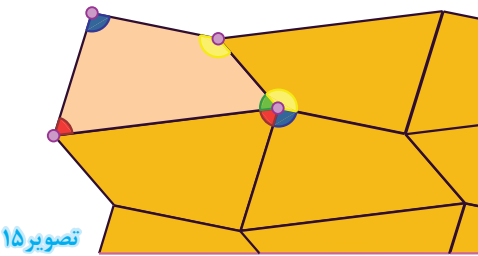
۶ بردار آبی را پنهان کنید و با بردار قرمز هر ۸ چهارضلعی را انتقال دهید (تصویر ۱۴). به این ترتیب ۱۶ چهارضلعی به دست آمد. شما با همین روش می‌توانید چهارضلعی‌ها را از هر طرف افزایش دهید.



تصویر ۱۴

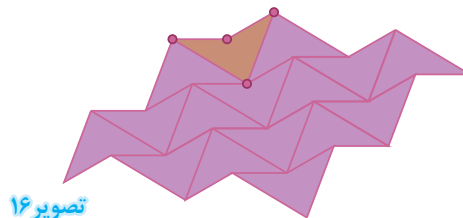
۷ همه نقطه‌ها و بردارها را پنهان کنید و فقط نقطه‌های A, B, C و D باقی بمانند. رنگ چهارضلعی اولیه را عوض کنید تا معلوم شود اصلی است. نقطه‌های A, B, C و D را جابه‌جا کنید. چه اتفاقی می‌افتد؟

• آیا می‌توان نتیجه گرفت هر چهارضلعی می‌تواند سطح را بیوشاند؟ • آیا می‌توان نشان داد که مجموع زوایای چهارضلعی ۳۶۰ درجه است؟ به رنگ زاویه‌ها در تصویر ۱۵ توجه کنید.

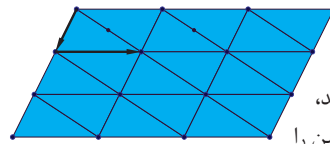


تصویر ۱۵

نقطه‌ها را باز هم حرکت دهید تا چهارضلعی اولیه مقعر شود. چهارضلعی‌های مقعر نیز سطح را می‌پوشانند (تصویر ۱۶ را ببینید).



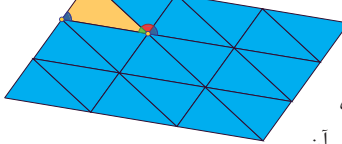
تصویر ۱۶



تصویر ۹

۱۰ همه مثلث‌های سمت راست را دوباره با بردار BC انتقال دهید، سپس همه مثلث‌های پایین را دوباره با بردار AB انتقال دهید تا

تصویر ۹ ایجاد شود. به این ترتیب شما ۱۸ مثلث دارید که مشاهده می‌کنید سطح را پوشانده‌اند. با همین روش می‌توانید تعداد مثلث‌ها را افزایش دهید.



تصویر ۱۰

۱۱ در پنجره عبارتهای جبری در کنار هر شیء، یک دایره وجود دارد که وقتی روی آن کلیک کنید به دایره توخالی تبدیل

می‌شود و آن شیء از صفحه ترسیم پنهان می‌شود. دقت کنید که این شیء وجود دارد، فقط دیده نمی‌شود. حالا همه بردارها و همه نقاط به جز A, B و C را پنهان کنید. همه مثلث‌ها به مثلث اولیه وصل هستند، رنگ این مثلث را تغییر دهید تا معلوم شود مثلث اصلی است.

۱۲ ابزار «جابه‌جایی» (ستون اول، آیکون اول) را انتخاب کنید و نقاط A, B و C را با موس جابه‌جا کنید. چه اتفاقی می‌افتد؟ • آیا می‌توان نتیجه گرفت هر مثلثی می‌تواند سطح را بیوشاند؟ • آیا می‌توان نشان داد که مجموع زوایای مثلث ۱۸۰ درجه است؟ به رنگ زاویه‌ها در تصویر ۱۰ توجه کنید.

فعالیت دوم: آیا همه چهارضلعی‌ها سطح را می‌پوشانند؟

۱ از منوی «پرونده» ۱، یک «پنجره جدید» ۲ باز کنید (با Ctrl+N را بزنید). خطهای شبکه و محورهای مختصات را پنهان کنید و نام‌گذاری را «برای هیچ‌کدام از اشیای جدید» قرار دهید.



تصویر ۱۱

۲ با ابزار چندضلعی یک چهارضلعی ایجاد کنید (ترجیحاً مربع یا مستطیل نباشد). نام آن ABCD خواهد بود.



تصویر ۱۲

۳ با دوران این چهارضلعی حول وسط دو تا از اضلاع تصویر ۱۱ را ایجاد کنید.

۴ بردار قطر AC را ایجاد کنید و با آن چهارضلعی اولیه را انتقال دهید تا تصویر ۱۲ ایجاد شود.

۵ بردار قطر را پنهان کنید و با بردار آبی رنگ هر ۴ چهارضلعی را انتقال دهید (تصویر ۱۳).

- بی‌نوشت‌ها:
1. Tessellation
  2. Options
  3. Labeling
  4. No new objects
  5. Polygon
  6. Midpoint or Center
  7. Rotate around Point
  8. Vector
  9. Translate by Vector
  10. Move
  11. File
  12. New File